1018. [Articolo di diffusione o divulgazione – Autore unico / Artículo de difusión o divulgación – Único autor / Article of dissemination or popularisation – Single author]
D'Amore, B. (2022). Riflettiamo ancora una volta sulle misconcezioni. In B. D'Amore (Ed.)(2022), *Didattica della matematica come attività di ricerca in aula*. Atti del convegno nazionale Incontri con la matematica, Castel San Pietro Terme, 21-23 X 2022. Pp. 3-6. Bologna: Pitagora.

Riflettiamo ancora una volta sulle misconcezioni

Bruno D'Amore
Universidad Francisco José de Caldas, Bogotá - NRD Bologna

Abstract. *The term "misconception". is used in many different ways by various authors, for the most part being used with negative connotations as a synonym of "error". In our opinion, "an obstacle to learning" is semantically "an impediment to the correct construction of learning", thereby assuming a more meaningful nature: that of preceding knowledge now inadequate in the face of a new situation. We propose in this occasion a different interpretation of this concept, more articulate and less negative.*

In D'Amore (1999, pag. 151; 2002; 2003) è proposta un'analisi semantica critica di alcuni termini che fanno parte di quelle che noi consideriamo riflessioni didattiche di base. Per esempio, *immagine mentale* è il risultato figurale o proposizionale prodotto da una sollecitazione interna o esterna. L'immagine mentale è condizionata da influenze culturali, stili personali, in poche parole è un prodotto tipico dell'individuo, ma con costanti e connotazioni comuni tra individui diversi. Essa può essere elaborata più o meno coscientemente (anche questa capacità di elaborazione dipende però dall'individuo); tuttavia l'immagine mentale è interna e almeno in prima istanza involontaria. L'insieme delle immagini mentali elaborate (più o meno coscientemente), tutte relative a un certo concetto, costituisce il *modello mentale* (interno) del concetto stesso.
Lo studente si costruisce un'immagine di un concetto, immagine che crede essere stabile e definitiva; ma, a un certo punto della sua storia cognitiva, riceve ulteriori informazioni su tale concetto che non sono contemplate dall'immagine che possedeva. L'allievo deve allora adeguare la "vecchia" immagine a una nuova, più ampia, che, oltre a conservare le precedenti informazioni, accolga anche le nuove, costruendosi così una nuova immagine del concetto. Si crea così un *conflitto* (D'Amore, 1999, pag. 123; 2003) tra la precedente immagine, quella che lo studente credeva definitiva, relativamente a quel concetto, e la nuova; ciò accade specialmente quando la nuova immagine amplia i limiti di applicabilità del

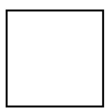
concetto, o ne dà una versione più comprensiva. Dunque, il *conflitto cognitivo* è un conflitto "interno" causato dalla non congruenza tra due concetti o tra due immagini dello stesso concetto o tra un'immagine e un concetto.
Alla base dei conflitti vi sono delle misconcezioni che, in questa prospettiva, per noi sono delle "concezioni momentanee non corrette, in attesa di sistemazione cognitiva più elaborata e critica" (D'Amore, 1999, p. 124). Una misconcezione è dunque un concetto errato e pertanto costituisce geneticamente un evento da evitare; essa però non va vista sempre come una situazione del tutto negativa: non è escluso che, per poter raggiungere la costruzione corretta di un concetto, si renda necessario passare attraverso una misconcezione momentanea, ma in corso di sistemazione.
Pur se continueremo nell'uso oramai diffuso di utilizzare il termine "misconcezione", si potrebbe pensare di denominarle invece "concezioni personali" proprio per evidenziarne il carattere costruttivo non necessariamente ed esclusivamente legato a fatti negativi. Alcune immagini possono essere delle vere e proprie misconcezioni, cioè interpretazioni personali (diverse da quelle auspicate) delle informazioni ricevute. Chiamarle *errori* è troppo semplicistico e banale; si potrebbe addirittura pensare che tutta la carriera scolastica di un individuo, per quanto attiene la matematica, sia costituita dal passaggio da misconcezioni a concezioni più evolute; esse appaiono cioè come un momento delicato *necessario* di passaggio, da una prima concezione elementare, ingenua, spontanea, primitiva, a una più elaborata, critica e comprensiva.
A un certo punto di questa successione di immagini, c'è un momento in cui l'immagine ottenuta "resiste" a sollecitazioni diverse e si dimostra abbastanza "forte" da includere tutte le argomentazioni e informazioni nuove che si incontrano rispetto al concetto che si ritiene rappresenti. Un'immagine di questo tipo, forte e stabile, si può chiamare *modello* del concetto.
"Farsi un modello di un concetto", dunque, significa rielaborare successivamente immagini deboli e instabili per giungere a una di esse definitiva, forte e stabile.
Si possono verificare due casi:
- *il modello si forma al momento giusto* nel senso che si tratta davvero del modello atteso, auspicato dal docente o dall'istituzione in quel momento, proprio quello previsto per quel concetto dal Sapere matematico; in questo caso, l'azione didattica ha funzionato e lo studente ha costruito il modello auspicato dal Sapere matematico (di quel concetto in quel momento);
- *il modello si forma troppo presto*, quando ancora avrebbe dovuto essere solamente un'immagine debole che necessitava di essere ulteriormente ampliata; a questo punto per l'allievo non sarà facile raggiungere il concetto perché la stabilità del modello incompleto è di per sé stessa un ostacolo ai futuri apprendimenti.
In un certo senso, le immagini-misconcezioni, essendo in continua evoluzione nella complessa scalata verso la costruzione di un concetto (D'Amore, 1999,

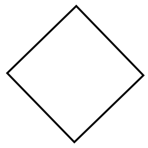
2001), non sempre risultano di ostacolo all'apprendimento futuro degli allievi, a meno che esse non diventino forti e stabili *modelli* indesiderati di un concetto (Sbaragli, 2005). Più "forte" è il modello intuitivo costruito, più difficile è infrangerlo per assimilare e accomodare una nuova immagine più comprensiva del concetto. In questi casi, le misconcezioni, che avrebbero potuto non essere considerate in senso negativo, se viste e proposte come momento di passaggio, diventano ostacoli per i successivi apprendimenti e difficili da superare.
Didatticamente conviene quindi lasciare parecchie immagini ancora instabili, in attesa di far creare modelli adatti e significativi, vicini al Sapere matematico che si vuole raggiungere.
L'esplicitazione, da parte dell'allievo, di una misconcezione avviene con quella *segnalazione di un malessere cognitivo* che si chiama usualmente e banalmente "errore": lo studente sbaglia, cioè non dà la risposta attesa dall'insegnante.
Dare agli *errori* una sola connotazione negativa e non interpretarli come segnali di malessere cognitivo, appunto, è troppo semplicistico e banale: non si tratta solo di valutare negativamente lo studente che sbaglia; si tratta, invece, di dare gli strumenti necessari per l'elaborazione critica. Sta al docente rendersi conto che quelli che lo studente crede essere concezioni corrette, sono in realtà delle misconcezioni.
Quanto stiamo dicendo non è legato a un solo livello scolastico, ma a ciascuno, dalla scuola dell'infanzia all'università. Sono numerose le attuali ricerche a livello di dottorato su questo tema; ed è questo il reale motivo che ci induce a riflettere ancora su questo interessante tema.

Un esempio di "misconcezione" molto ricorrente è relativo al passaggio dell'operazione di moltiplicazione da N a Q a R; sia $c=a\times b$ [supponiamo sempre: $a\neq 0$, $a\neq 1$, $b\neq 0$ e $b\neq 1$]; se siamo in N, ovviamente c è maggiore sia di a sia di b (cioè $c>a$ e $c>b$); ebbene allora c è ancora maggiore sia di a sia di b quale che sia l'insieme di appartenenza di a, b e c (per esempio: a, b, c $\in$Q).
L'inverso vale per la divisione.
Questo modello si forma nella scuola primaria e si conserva nei livelli successivi e lo si ritrova anche fra studenti universitari di facoltà nelle quali si studia matematica, semmai come disciplina di servizio. Più studenti si mostrano meravigliati del fatto che $5\times 0{,}2 < 5:0{,}2$ perché "la moltiplicazione deve accresce e la divisione diminuire" (frase orale presa a prestito da uno studente universitario).

La letteratura internazionale propone una lunga sequenza di altri esempi tipici, ben noti ai docenti.

"Questo è un quadrato e questo è un rombo".





“Siccome 31>5, allora 0,31>0,5”.

“Un numero è negativo se e solo se nella sua rappresentazione simbolica compare esplicitamente il segno –”. Una conseguenza tipica di tale convinzione è che un punto generico del terzo quadrante DEVE essere della forma ($-x$; $-y$) [$x, y \in$ R].

Questi e molti altri esempi di misconcezioni sono spesso proposti dalla letteratura (per esempio in D’Amore, 1999).

Tenuto conto delle posizioni dei vari Autori e delle occorrenze a volte anche piuttosto diverse di questo termine, riteniamo che l’attenzione sulle misconcezioni, fin dal loro primo apparire, nel mondo delle scienze, sia stato molto produttivo perché ha costretto gli studiosi a non identificare più gli errori come qualche cosa di assolutamente negativo, da evitare a tutti i costi, ma come prodotti umani dovuti a situazioni in via di evoluzione. Sempre più, negli anni, si è venuto a delineare un significato condiviso di “misconcezioni” come cause a monte spiegabili di errori, cause che sono spesso ben motivabili e a volte addirittura convincenti.
È dunque innegabile il fatto che questo tipo di studi ha costretto a prendere in esame l’interpretazione della realtà da parte del soggetto, interpretazione creata sulla base di convinzioni maturate anche grazie all’apprendimento. Dunque a vedere le misconcezioni come il frutto di una conoscenza, non come un’assoluta mancanza di conoscenza.
Sono inoltre innegabili analogie semantiche con l’idea di “ostacolo”; ma su questo punto sorvoliamo, rinviando a D’Amore e Sbaragli (2005); così come sono interpretabili all’interno della classica idea di “modelli intuitivi” di Fischbein (1992)

Bibliografia

D’Amore, B. (1999). *Elementi di didattica della matematica.* Pitagora.

D’Amore, B. (2002). La ricerca in didattica della matematica come epistemologia dell’apprendimento della matematica. *Scuola &* Città, 4, 56-82.

D’Amore, B. (2003). *Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della Didattica della Matematica.* Bologna.

D’Amore, B., & Sbaragli, S. (2005). Analisi semantica e didattica dell’idea di “misconcezione”. *La matematica e la sua didattica*, *19*(2), 139-163.

Fischbein, E. (1992). Intuizione e processo informativo nell'attività matematica. In E. Fischbein & G. Vergnaud (1992), *Matematica a scuola: teorie ed esperienze*. Pp. 51-74. Pitagora.
Sbaragli, S. (2005). Misconcezioni "inevitabili" e misconcezioni "evitabili". *La matematica e la sua didattica*, *19*(1), XX-YY.